

1°) ECRIRE UN ENTIER EN BASE DIX ET EN BASE DEUX

En base deux, les seuls chiffres utilisés pour écrire les nombres sont 0 et 1.

Le nombre qui s'écrit 10 111 en base deux, s'écrit 23 en base dix ; en effet, il est égal à :

$$1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0.$$

Pour passer de l'écriture en base dix à l'écriture en base deux, on effectue des divisions euclidiennes successives par deux. Par exemple :

$$\begin{aligned} 67 &= 33 \times 2 + 1 \\ &= (16 \times 2 + 1) \times 2 + 1 \\ &= ((8 \times 2 + 0) \times 2 + 1) \times 2 + 1 \\ &= (((4 \times 2 + 0) \times 2 + 0) \times 2 + 1) \times 2 + 1 \\ &= (((((2 \times 2 + 0) \times 2 + 0) \times 2 + 0) \times 2 + 0) \times 2 + 1) \times 2 + 1 \\ &= ((((((1 \times 2 + 0) \times 2 + 0) \times 2 + 0) \times 2 + 0) \times 2 + 0) \times 2 + 1) \times 2 + 1) \times 2 + 1. \end{aligned}$$

$$\text{Donc : } 67 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0.$$

Le nombre qui s'écrit 67 en base dix s'écrit donc 1 000 011 en base deux.

1) Ecrire en base dix le nombre qui s'écrit 1 000 101 110 en base deux

2) Ecrire en base deux le nombre qui s'écrit 10 en base dix, puis le nombre qui s'écrit 157 en base dix.

2°) UNE AUTRE FACON D'ECRIRE LES NOMBRES : LE CODE CLE

La cryptographie, ou science du codage des messages, utilise de très grands nombres premiers. L'écriture décimale de très grands nombres étant longue et difficile à manipuler, l'idée est venue d'élaborer d'autres types d'écritures pour les nombres entiers. Le code CLE (Code Large Echelle) est l'un d'entre eux.

Les écritures en base deux sont plus longues, mais elles ne comportent que des 1 et des 0. Il suffit donc de savoir où sont placés les 1 pour connaître le nombre.

Reprenons le nombre qui s'écrit 67 en base dix :

$$67 = 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0.$$

Il est encore égal à $2^6 + 2^1 + 1 \times 2^0$. En code CLE, on l'écrira (6, 1, 0).

a) Ecrire en base dix le nombre (7, 5, 3, 1).

b) Ecrire en code CLE les nombres qui s'écrivent en base dix : 359 ; 250 ; 128.

A quoi reconnaît-on qu'un nombre écrit en code CLE est : impair ? pair ? une puissance de 2 ?

3°) EFFECTUER DES OPERATIONS EN CODE CLE

Peut-on additionner facilement des nombres écrits en code CLE ?

Ecrire en code CLE les nombres (15) + (15) puis (n) + (n) où n est un entier naturel.

Ecrire en code CLE les nombres (11, 5, 3, 0) + (34, 11, 5, 3) puis (18, 16, 8, 4, 3, 2) + (19, 16, 9, 4, 3, 2, 1)

Ecrire en code CLE les nombres (m) × (n) où m et n sont des entiers naturels.

Ecrire en code CLE les nombres (5, 2, 0) × (4) puis (5, 3) × (7, 2, 1)